
Ciemna energia z czasowych i przestrzennych osobliwości ciśnienia

Mariusz P. Dąbrowski

Szczecińska Grupa Kosmologiczna

Instytut Fizyki

Uniwersytet Szczeciński

<http://cosmo.fiz.univ.szczecin.pl>

Referencje:

- MPD and M.A. Hendry, *Astroph. Journ.*, **498**, 67 (1998)
- MPD, *Grav. Cosmol.* **8**, 190 (2002)
- MPD, T. Stachowiak and M. Szydłowski, *PRD* **68**, 103519 (2003) (hep-th/0307128)
- MPD, and T. Stachowiak, *Ann. Phys. (N. Y.)* **321** (2006) (hep-th/0411199)
- MPD, *PRD* **71**, 103505 (2005) (gr-qc/0410033)
- MPD, *PLB* **625**, 184 (2005) (gr-qc/0505069)
- MPD, *Ann. Phys. (Leipzig)* **15**, 362 (2006) (astro-ph/0606574)
- A. Balcerzak and MPD, *PRD* **73**, 101301(R) (2006) (hep-th/0604034)
- MPD, T. Denkiewicz, M.A. Hendry, *PRD* **75**, 123524 (2007) (astro-ph/0704.1383)
- MPD, T. Denkiewicz, *PRD* **79**, 063521 (2009); arXiv:0902.3107
- MPD, T. Denkiewicz, M.A. Hendry, H. Ghodsi, w przygotowaniu

Plan:

- 1. Osobliwości standardowe i egzotyczne w kosmologii jednorodnej.
- 2. Ciemna energia fantomowa. Wielkie Rozerwanie (typ I) jako przykład egzotycznej osobliwości.
- 3. Nagła Osobliwość w Przyszłości (typ II), Osobliwość Skończonego Czynnika Skali (typ III), Uogólniona Nagła Osobliwość, Osobliwość typu IV i w -osobliwość.
- 4. Ciemna energia z czasowych osobliwościami ciśnienia.
- 5. Osobliwości w kosmologii niejednorodnej.
- 6. Ciemna energia z przestrzennych osobliwości ciśnienia.
- 7. Podsumowanie

1. Osobliwości standardowe i egzotyczne w kosmologii jednorodnej.

Standardowe równania Einsteina-Friedmanna są układem dwóch równań na trzy nieznanne funkcje czasu $a(t)$, $p(t)$, $\rho(t)$

$$\rho = 3 \left(\frac{\dot{a}^2}{a^2} + \frac{K}{a^2} \right), \quad (1)$$

$$p = - \left(2 \frac{\ddot{a}}{a} + \frac{\dot{a}^2}{a^2} + \frac{K}{a^2} \right), \quad (2)$$

a do tego dochodzi **równanie stanu**, n.p. typu barotropowego ($w = \text{const.} \geq -1$):

$$p(t) = w\rho(t). \quad (3)$$

Do niedawna większość kosmologów studiowała tylko najprostsze "standardowe" rozwiązania, każde z nich rozpoczyna się osobliwością typu **Big-Bang – Wielki Wybuch** dla której $a \rightarrow 0$, $\rho, p \rightarrow \infty$ – jedno z nich ($K = +1$) kończy się w drugiej osobliwości typu **Big-Crunch - Wielki Krach**, gdzie $a \rightarrow 0$, $\rho, p \rightarrow \infty$ – pozostałe dwa ($K = 0, -1$) ewoluują w kierunku **asymptotycznej pustki** $\rho, p \rightarrow 0$ for $a \rightarrow \infty$.

Zarówno w BB jak i w BC mamy do czynienia z **geodezyjną niekompletnością** i **osobliwością krzywizny**.

Paradygmat spełniania silnego warunku energetycznego (SEC)

$$R_{\mu\nu}V^\mu V^\nu \geq 0, \quad V^\mu - \text{a timelike vector}, \quad (4)$$

($R_{\mu\nu}$ - tensor Ricciego), który można przepisać jako

$$\rho + 3p \geq 0, \quad \rho + p \geq 0. \quad (5)$$

Z równania (1) i (2) mamy

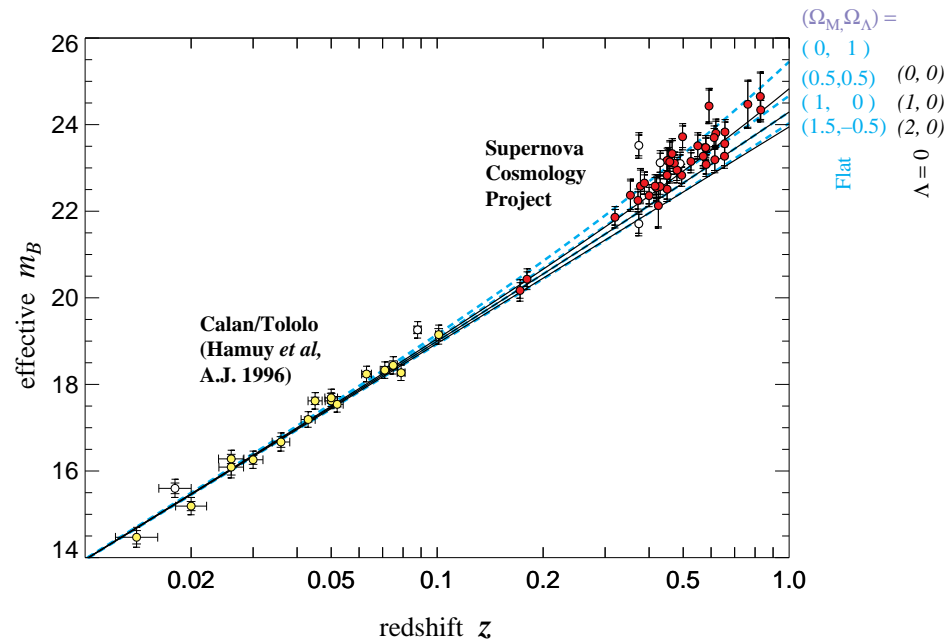
$$-\frac{4\pi G}{3}(\rho + 3p) = \frac{\ddot{a}}{a} = -qH^2, \quad (q = -\frac{\ddot{a}a}{\dot{a}^2}; H = \frac{\dot{a}}{a}), \quad (6)$$

co wraz z (5) daje

$$\ddot{a} \leq 0, \quad \text{or } q \geq 0, \quad (7)$$

a zatem Wszechświat powinien spowalniać swoją ekspansję w tym "standardowym" lub lepiej "przed-supernowym" przypadku.

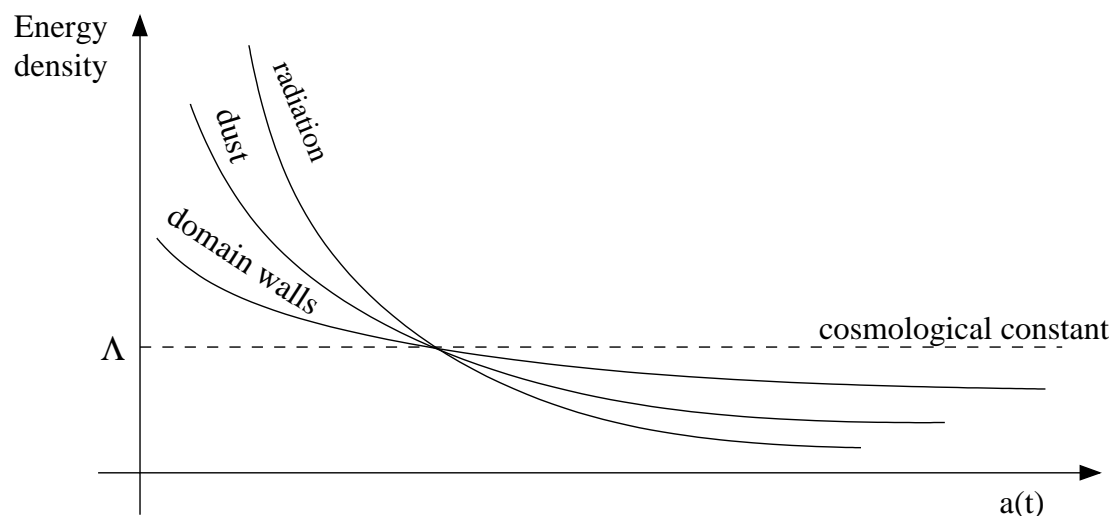
SCP + High-z Team ('98-'99) – obserwacje supernowych Ia, aby określić q_0



i pokazali, że najlepiej dopasowanym do obserwacji modelem jest model z $q_0 = \Omega_M/2 - \Omega_\Lambda < 0$, czyli $\ddot{a} > 0$ - **co faworyzuje ciemną energię z ujemnym ciśnieniem** ($-1 \leq w \leq 0$). To dało podstawę do stwierdzenia, że **silny warunek energetyczny (5) jest łamany**, ale **nie zmieniło paradygmatu występowania "standardowych" osobliwości typu "Big-Bang/Crunch"**.

To wcale nie dziwi w świetle kosmologicznego twierdzenia "o braku włosów",

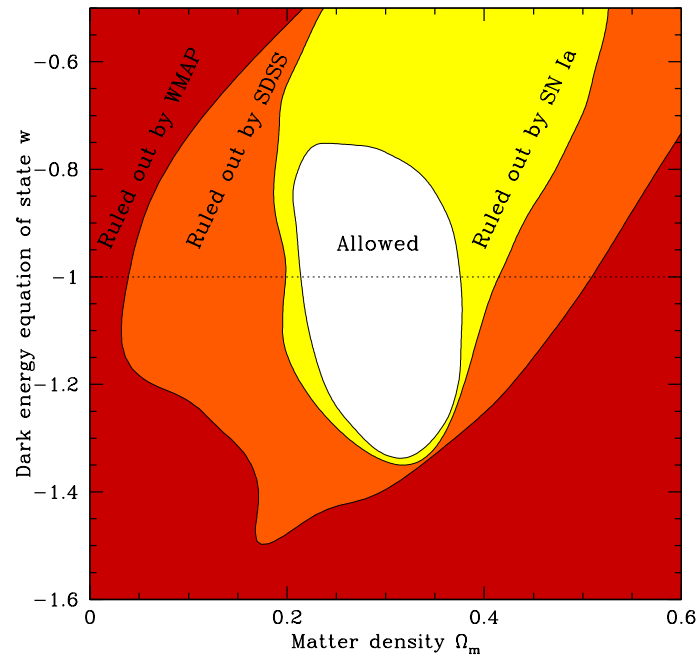
które stwierdza, że jeśli we Wszechświecie występuje tylko materia z $w = \text{const.} \geq -1$ (a więc jeśli tylko jest łamany silny warunek energetyczny), to dowolnie mała ilość materii w formie stałej kosmologicznej ($w = -1$) zawsze zdominuje Wszechświat po wystarczająco długim czasie



Zatem dowolna kombinacja ciemnej energii z $w = \text{const.} \geq -1$ prowadzi do “standardowych” kosmologicznych osobliwości typu Big-Bang/Crunch: (albo do asymptotycznej pustki reprezentowanej modelem de Sittera).

2. Ciemna energia fantomowa. Wielkie Rozerwanie (typ I) jako przykład egzotycznej osobliwości.

WMAP + SDSS + Supernowe **połączone ograniczenie na indeks barotropowy w dla ciemnej energii** (Tegmark et al. (2004)):



- **Nie widać żadnego "obcięcia" tego ograniczenia dla $p = -\rho$!!!**
- **Zupełnie równoprawnym kandydatem na ciemną energię jest materia z ciśnieniem $p < -\rho$, czyli tzw. fantom!**

Najnowsze dane:

- Knop et al. 2003 (from SNe + CMB + 2dFGRS combined) –
 $w = -1.05_{-0.20}^{+0.15}$ (statystyczny) ± 0.09 (systematyczny)
- Riess et al. 2004 ($w < -1$)
- Seljak et al. astro-ph/0604335 – $w = -1.04 \pm 0.06$
- jeszcze dokładniej - Kowalski et al. (arXiv:0804.4142) zbadał 307
supernowych (Sne + BAO + CMB) – $w = -1.001_{-0.063}^{+0.059}$ (statystyczny)
 $+0.063$
 -0.066 (systematyczny)

Daje dowód łamania kosmologicznego twierdzenia "o braku włosów" - **nawet niewielka ilość ciemnej energii fantomowej zdominuje przyszłą ewolucję Wszechświata**

Ciemna energia fantomowa.

Fantom to ciemna energia o **bardzo dużym ujemnym ciśnieniu** (Caldwell astro-ph/9908168 - opublikowane w PLB (2002); po 2002 dziesiątki prac)

$$p < -\rho, \quad \text{or } w < -1, \quad (8)$$

która **łamie** wszystkie pozostałe warunki energetyczne, tj., warunek zerowy (NEC)

$$T_{\mu\nu}k^\mu k^\nu \geq 0, \quad k^\mu - \text{a zerowy wektor, tzn., } \rho + p \geq 0, \quad (9)$$

słaby (WEC)

$$T_{\mu\nu}V^\mu V^\nu \geq 0, \quad V^\mu - \text{a czasowy wektor, tzn., } \rho + p \geq 0, \quad \rho \geq 0 \quad (10)$$

oraz dominacji energii (DEC)

$$T_{\mu\nu}V^\mu V^\nu \geq 0, \quad T_{\mu\nu}V^\mu - \text{nie przestrzennopodobny, tzn., } |p| \leq \rho, \quad \rho \geq 0 \quad (11)$$

Wielkie Rozerwanie (Big-Rip) (typ I) jako przykład egzotycznej osobliwości.

Jeśli wybierzemy

$$|w + 1| = -(w + 1) > 0, \quad (12)$$

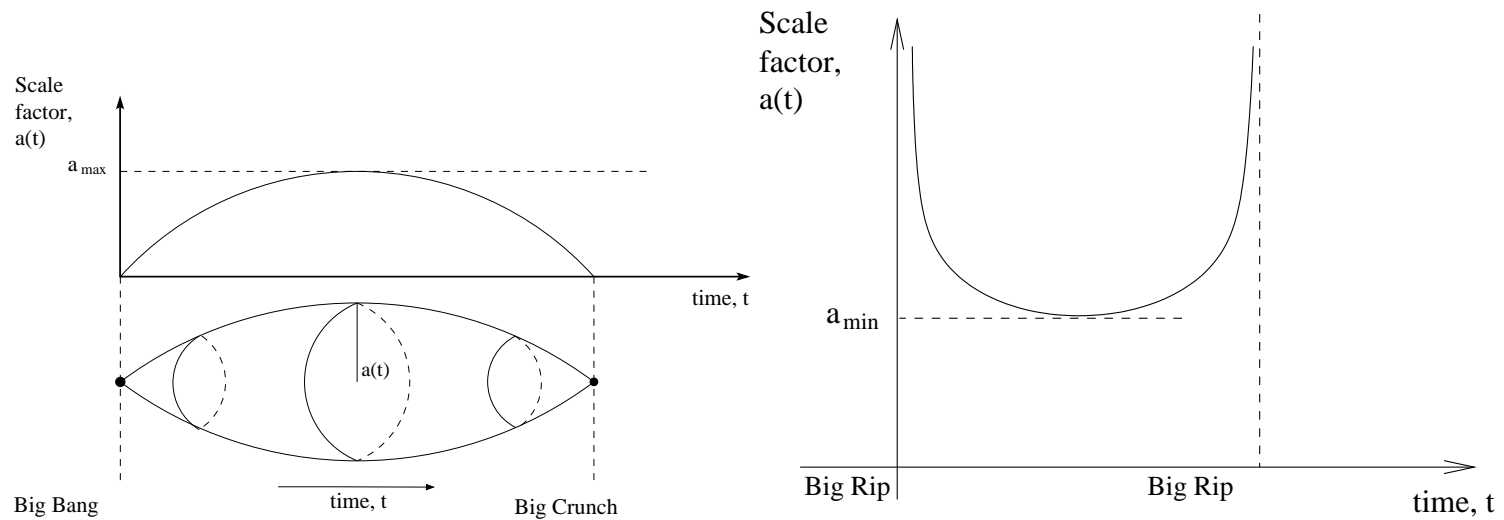
to prawo zachowania dla fantomu przyjmie postać

$$\rho \propto a^{3|w+1|}. \quad (13)$$

- Wniosek: **im większy** Wszechświat, tym **gęstszy** i do tego **staje się coraz bardziej zdominowany przez fantom (jego ilość zaczyna przewyższać stałą kosmologiczną Λ)** – **pojawia się egzotyczna osobliwość – Big-Rip**
 $\rho, p \rightarrow \infty$ gdy $a \rightarrow \infty$
- Niezmienniki krzywizny $R^2, R_{\mu\nu}R^{\mu\nu}, R_{\mu\nu\rho\sigma}R^{\mu\nu\rho\sigma}$ **rozbieżne**
- **Tylko** dla $-5/3 < w < -1$ geodezyjne zerowe są **zupełne**; dla innych wartości w , włączając w to czasowe geodezyjne, pojawia się geodezyjna **niezupełność** (Lazkoz et al. gr-qc/0607073, PRD '07) - osobliwość jest osiągnana w skończonym czasie własnym.

Dualność fantomowa

Model typu BR – BR jest dualny do standardowego modelu BB – BC (MPD et al. 2003)



Dualność: Standardowa materia ($p > -\rho$) \leftrightarrow Fantom ($p < -\rho$)

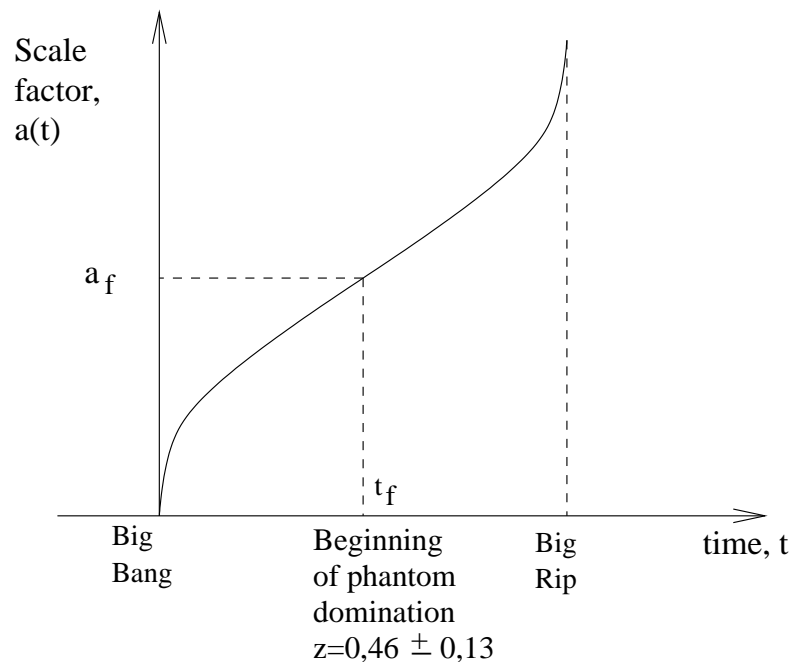
$$w \leftrightarrow -(w + 2) \quad \text{lub lepiej } \gamma \leftrightarrow -\gamma, \quad \gamma = w + 1 \quad (14)$$

tzn.

$$a(t) \leftrightarrow \frac{1}{a(t)} \quad (15)$$

Fantom i ciemna energia z fantomu.

Wszechświat rozpoczyna się Wielkim Wybuchem i kończy Wielkim Rozerwaniem:



w ten sposób łatwo jest zachować standardowy scenariusz ewolucji gorącego Wszechświata (z punktem zwrotnym dla $z = 0.46$ (bo $j_0 > 0$) Riess et al. 2004). Dane pokazują, że Wielkie Rozerwanie jest możliwe dopiero za ok. 20 mld lat.

3. Nagła Osobliwość w Przyszłości (typ II), Osobliwość Skończonego Czynnika Skali (typ III),

Uogólniona Nagła Osobliwość, Osobliwość typu IV i w -osobliwość.

Dziwne własności osobliwości typu Wielkie Rozerwanie **dały inspirację** kosmologom do studiowania innych typów egzotycznych (czy też niestandardowych) osobliwości oraz źródeł ciemnej energii jakie mogą im towarzyszyć. Jednym z przykładów jest:

Nagła osobliwość w przyszłości (Sudden Future Singularity - SFS) (lub typu II - Nojiri, Odintsov, Tsujikawa 2005), która:

- manifestuje się jako **tylko osobliwość ciśnienia** (czyli \ddot{a})
- prowadzi jedynie do łamania warunku dominacji energii

Aby ją uzyskać należy (Barrow '04):

zrezygnować z założenia jakiegokolwiek równania stanu uzależniającego ewolucję ciśnienia od ewolucji gęstości energii

$$p \neq p(\rho), \quad \text{nie ma postaci analitycznej tego związku} \quad (16)$$

Dyskusję modelu zaczyna się od wyboru czynnika skali (który tu wygląda ad hoc, ale w praktyce pojawia się w dyskusji kosmologii opartych o teorie fundamentalne np. superstrunowe, membranowe itp.):

$$a(t) = a_s [\delta + (1 - \delta) y^m - \delta (1 - y)^n], \quad y \equiv \frac{t}{t_s} \quad (17)$$

gdzie $a_s \equiv a(t_s) = \text{const.}$ and $\delta, m, n = \text{const.}$

Jak łatwo zauważyć, dla $t = 0$ pojawia się osobliwość Wielkiego Wybuchu.

Co dzieje się dla chwili $t = t_s$?

$$\dot{a} = a_s \left[\frac{m}{t_s} (1 - \delta) y^{m-1} + \delta \frac{n}{t_s} (1 - y)^{n-1} \right], \quad (18)$$

$$\ddot{a} = \frac{a_s}{t_s^2} \left[m(m-1)(1-\delta)y^{m-2} - \delta n(n-1)(1-y)^{n-2} \right]. \quad (19)$$

Zakładając, że

$$1 < n < 2, \quad (20)$$

i korzystając z równań Einsteina, otrzymujemy niestandardowe zachowanie się pochodnych czynnika skali

$$\begin{aligned} a = \text{const.}, \quad \dot{a} = \text{const.} \quad \rho = \text{const.} \\ \ddot{a} \rightarrow \mp\infty \quad p \rightarrow \pm\infty \quad \text{for} \quad t \rightarrow t_s \end{aligned} \quad (21)$$

Granica friedmannowska i parametr “niestandardowości” δ

Granicę friedmannowską otrzymujemy biorąc $\delta \rightarrow 0$.

Parametr m może być potraktowany jako indeks barotropowy w w barotropowym równaniu stanu:

- $0 < m \leq 1$ dla $w \geq -1/3$ (materia standardowa);
- $m > 1$ when $-1 < w < -1/3$ (kwintesencja);
- $m < 0$ when $w < -1$ (fantom).

W otoczeniu Nagłej Osobliwości (SFS) mamy

$$a_{SFS} = a_s [1 - \delta(1 - y)^n] , \quad (22)$$

a zatem parametr n odgrywa rolę odpowiedzialnego za pojawienie się osobliwości ciśnienia.

Przyspieszenie W -ta jest możliwe tylko dla $\delta < 0$, chyba że zaakceptujemy $m > 1$ lub $m < 0$ jako niezależne źródło energii!

Będziemy zatem nazywać powyższy efekt ciemną energią z czasowych osobliwości ciśnienia (czymkolwiek ona jest!).

Nagła osobliwość jest "słabą" osobliwością

Jest ona charakteryzowana przez **rozbieżność tensora Riemanna** i jego pochodnych
Pojedyncze geodezyjne nie "czują" tej osobliwości ponieważ równanie
geodezyjnej nie jest osobliwe dla $a_s = a(t_s) = \text{const.}$ (Fernandez-Jambrina,
Lazkoz PRD 74, 064030 (2006) ((gr-qc/0607073))

$$\left(\frac{dt}{d\tau}\right)^2 = A + \frac{P^2 + KL^2}{a^2(t)}, \quad (23)$$

$$\frac{dr}{d\tau} = \frac{P_1 \cos \phi + P_2 \sin \phi}{a^2(t)} \sqrt{1 - Kr^2}, \quad (24)$$

$$\frac{d\phi}{d\tau} = \frac{L}{a^2(t)r^2}. \quad (25)$$

Natomias osobliwość ta jest "widoczna" w równaniu dewiacji geodezyjnej

$$\frac{D^2 n^\alpha}{d\lambda^2} + R^\alpha_{\beta\gamma\delta} u^\beta n^\gamma u^\delta = 0, \quad (26)$$

ponieważ dla $t = t_s$ tensor Riemanna $R^\alpha_{\beta\gamma\delta} \rightarrow \infty$

"Słaba" osobliwość.

- Nagłe osobliwości nie są końcowym stanem ewolucji Wszechświata – brak geodezyjnej niezupełności \Rightarrow można przedłużyć fizyczną ewolucję poza osobliwość
- Cząstki punktowe "nie czują" osobliwości, natomiast obiekty rozciągnięte mogą "odczuwać" chwilowy pik nieskończonych sił pływowych – innymi słowy obiekty rozciągnięte mogą przetrwać osobliwość.
- Formalnie to **słaba** osobliwość krzywizny – obserwator, który na nią spadnie nie będzie zniszczony przez siły pływowe:
- Definicja Tiplera (Phys. Lett. A64, 8 (1977)) słabej osobliwości:
$$\int_0^\tau d\tau' \int_0^{\tau'} d\tau'' R_{ab} u^a u^b$$
nie jest rozbieżne w osobliwości dla $\tau = \tau_s$
- Definicja Królaka (CQG 3, 267 (1988)):
$$\int_0^\tau d\tau' R_{ab} u^a u^b$$
nie jest rozbieżne w osobliwości $\tau = \tau_s$
- Osobliwość może być słaba w sensie Tiplera, ale silna w sensie Królaka

Osobliwość Skończonego Czynnika Skali (FSF - typu III).

Charakteryzowana jest (Nojiri et al. PRD 71, 063004 (2005)) przez warunki:

$$a = a_s = \text{const.}, \varrho, \dot{a}_s \rightarrow \infty, |p|, \ddot{a}_s \rightarrow \infty$$

Najprościej uzyskać ją biorąc czynnik skali taki sam jak dla Nagłej Osobliwości (SFS), tzn.

$$a(t) = a_s [\delta + (1 - \delta) y^m - \delta (1 - y)^n], \quad y \equiv \frac{t}{t_s} \quad (27)$$

gdzie $a_f \equiv a(t_f) = \text{const.}$ i $\delta, A, m, n = \text{const.}$, lecz ze zmienionym zakresem parametru n – z zakresu $1 < n < 2$ do zakresu

$$0 < n < 1$$

Ta osobliwość jest **słaba** wg definicji Tiplera a **mocna** według definicji Królaka.

Uogólniona Nagła Osobliwość, osobliwość typu IV (Wielka Separacja) oraz

w –osobliwość.

Uogólniona Nagła Osobliwość (GSFS) może być otrzymana jeśli r -ta pochodna czynnika skali

$$a^{(r)} = a_s \left[\frac{m(m-1)\dots(m-r+1)}{t_s^r} (1-\delta) y^{m-r} + (-1)^{r-1} \delta \frac{n(n-1)\dots(n-r+1)}{t_s^r} (1-y)^{n-r} \right], \quad (28)$$

jest rozbieżna (Barrow '04, Lake '04) co dzieje się dla $r-1 < n < r$ przy dowolnym całkowitym r . Zatem pojawia się osobliwość w pochodnej $a^{(r)}$ czynnika skali i w konsekwencji **w odpowiedniej pochodnej ciśnienia** $p^{(r-2)}$.

Uwaga: w tej osobliwości nie jest łamany żaden warunek energetyczny dla dowolnego $r \geq 3!!!$

Typ IV - Wielka Separacja (Big Separation - BS)

Pojawia się dla

$$a = a_s = \text{const.}, \varrho \rightarrow 0, p \rightarrow 0, \ddot{a}, \ddot{H} \rightarrow \infty \text{ etc.}$$

a zatem jest **podobna** do Uogólnionej Nagłej Osobliwości **z jednym wyjątkiem**:
daje ona także rozbieżność w indeksie barotropowym $w(t)$ w barotropowym
równaniu stanu

$$p(t) = w(t)\varrho(t)$$

tzn.,

$$w(t) \rightarrow \infty$$

w–osobliwość

Kolejną egzotyczną osobliwością jest *w*–osobliwość, która prowadzi **tylko** do rozbieżności indeksu *w* bez rozbieżności wyższych pochodnych czynnika skali. (Co ciekawe, taka osobliwość pojawia się w teoriach fizycznych takich jak: $f(R)$ (Starobinsky '80), teoria pól skalarnych (Setare, Saridakis '09), teoria wszechświatów membranowych Sahni, Shtanov '05)). Wybierając

$$a(t) = A + B \left(\frac{t}{t_s} \right)^{\frac{2}{3\gamma}} + C \left(D - \frac{t}{t_s} \right)^n, \quad (29)$$

gdzie A, B, C, D, γ, n , i t_s są stałymi, nakładamy warunki:

$$a(0) = 0, \quad a(t_s) = \text{const.} \equiv a_s, \quad \dot{a}(t_s) = 0, \quad \ddot{a}(t_s) = 0, \quad (30)$$

które prowadzą do czynnika skali w postaci:

w-osobliwość

$$\begin{aligned} a(t) &= \frac{a_s}{1 - \frac{3\gamma}{2} \left(\frac{n-1}{n-\frac{2}{3\gamma}} \right)^{n-1}} \\ &+ \frac{1 - \frac{2}{3\gamma}}{n - \frac{2}{3\gamma}} \frac{na_s}{1 - \frac{2}{3\gamma} \left(\frac{n-\frac{2}{3\gamma}}{n-1} \right)^{n-1}} \left(\frac{t}{t_s} \right)^{\frac{2}{3\gamma}} \\ &+ \frac{a_s}{\frac{3\gamma}{2} \left(\frac{n-1}{n-\frac{2}{3\gamma}} \right)^{n-1} - 1} \left(1 - \frac{1 - \frac{2}{3\gamma}}{n - \frac{2}{3\gamma}} \frac{t}{t_s} \right)^n, \end{aligned} \quad (31)$$

dla: $\gamma > 0$ i $n \neq 1$.

w–dualność

Pojawia się rozbieżność efektywnego indeksu barotropowego

$$w(t_s) = \frac{c^2}{3} [2q(t_s) - 1] \rightarrow \infty, \quad (32)$$

wraz z

$$p(t_s) \rightarrow 0; \quad \varrho(t_s) \rightarrow 0. \quad (33)$$

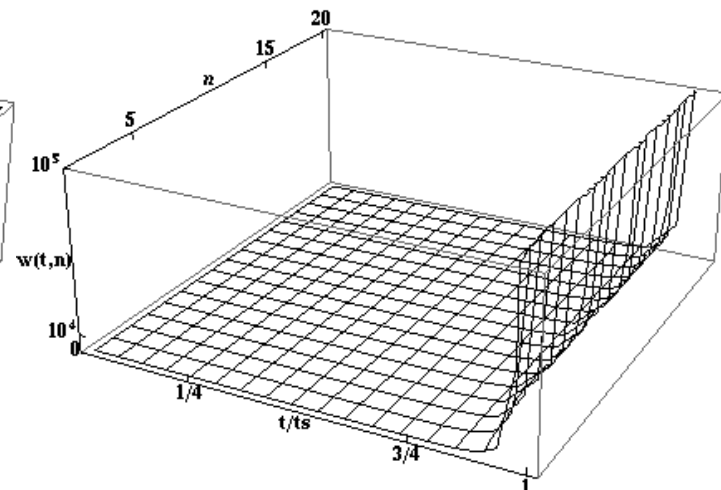
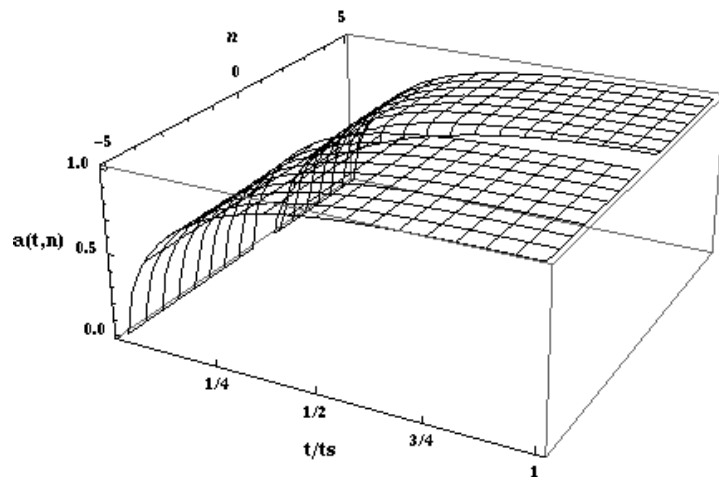
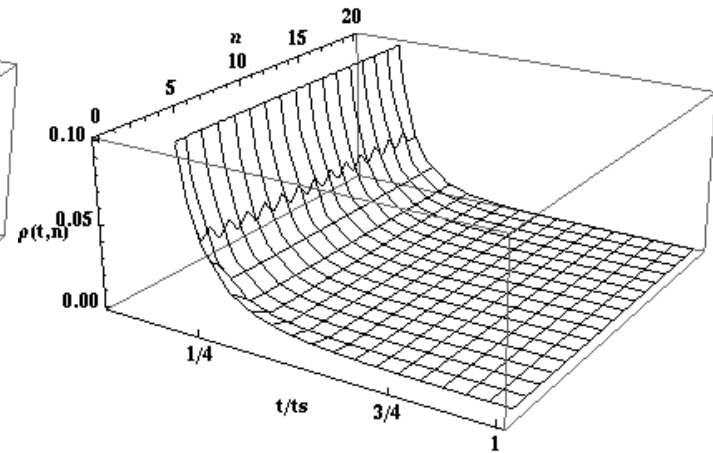
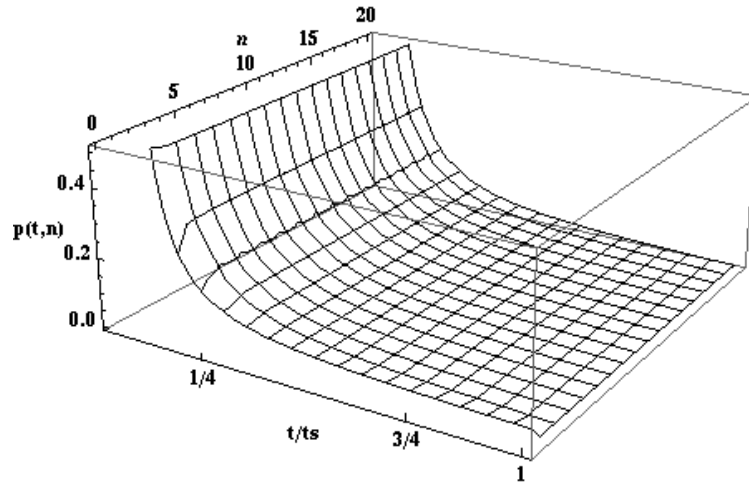
Ma miejsce zadziwiająca **dualność** pomiędzy Wielkim Wybuchem a *w*-osobliwością w postaci

$$p_{BB} \leftrightarrow \frac{1}{p_w}, \quad \varrho_{BB} \leftrightarrow \frac{1}{\varrho_w}, \quad w_{BB} \leftrightarrow \frac{1}{w_w}. \quad (34)$$

Inaczej:

$$p_{BB} \rightarrow \infty; \varrho_{BB} \rightarrow \infty; w_{BB} \rightarrow 0; a_{BB} \rightarrow 0$$
$$p_w \rightarrow 0; \varrho_w \rightarrow 0; w_w \rightarrow \infty; a_w \rightarrow a_s = \text{const.}$$

w-dualność



4. Ciemna energia z czasowych osobliwościami ciśnienia.

- Mimo, że omawiane tu były fenomenologiczne postaci ewolucji czynnika skali, to każda z nich jest dobrze umotywowana jako pojawiająca się w określonej **teorii fundamentalnej** (pola skalarne, teorii grawitacji wyższego rzędu, teorii strun, membran, kwantowej grawitacji pętlowej itd.).
- Innymi słowy, wystąpienie **egzotycznej osobliwości** może być uznane jako sygnał, że we Wszechświecie istnieje określona forma materii, która daje aktualne przyspieszenie Wszechświata i ta forma materii może być uznana jako **kandydat do ciemnej energii**.
- Udowodnimy, że niektóre z egzotycznych osobliwości mogą służyć za źródło ciemnej energii **porównując określone modele z obserwacjami**.
- Najlepiej do tej pory studiowane były modele **fantomowe** i wciąż spełniają one ograniczenia obserwacyjne.
- Jednak okazuje się, że także modele z Nagłymi Osobliwościami ciśnienia spełniają takie warunki.

Test Nagłych Osobliwości (typ II) za pomocą supernowych.

Mamy

$$m(z) = M - 5 \log_{10} H_0 + 25 + 5 \log_{10}[r_1 a(t_0)(1 + z)], \quad (35)$$

gdzie r_1 otrzymujemy z równania zerowej geodezyjnej

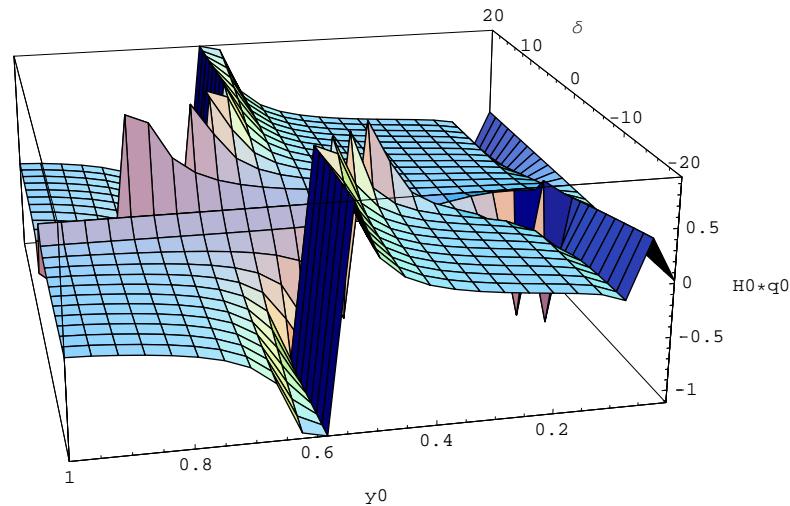
$$\int_0^{r_1} \frac{dr}{\sqrt{1 - kr^2}} = \int_{t_1}^{t_0} \frac{cdt}{a(t)}, \quad 1 + z = \frac{a(t_0)}{a(t_1)} = \frac{\delta + (1 - \delta) y_0^m - \delta (1 - y_0)^n}{\delta + (1 - \delta) y_1^m - \delta (1 - y_1)^n}, \quad (36)$$

Następujący iloczyn

$$q_0 H_0 = - \left(\frac{\ddot{a}}{\dot{a}} \right)_0 = \quad (37)$$
$$- \frac{y_0}{t_0} \frac{m(m-1)(1-\delta)y_0^{m-2} - \delta n(n-1)(1-y_0)^{n-2}}{m(1-\delta)y_0^{m-1} + n\delta(1-y_0)^{n-1}},$$

powinien być ujemny, aby uzyskać przyspieszenie.

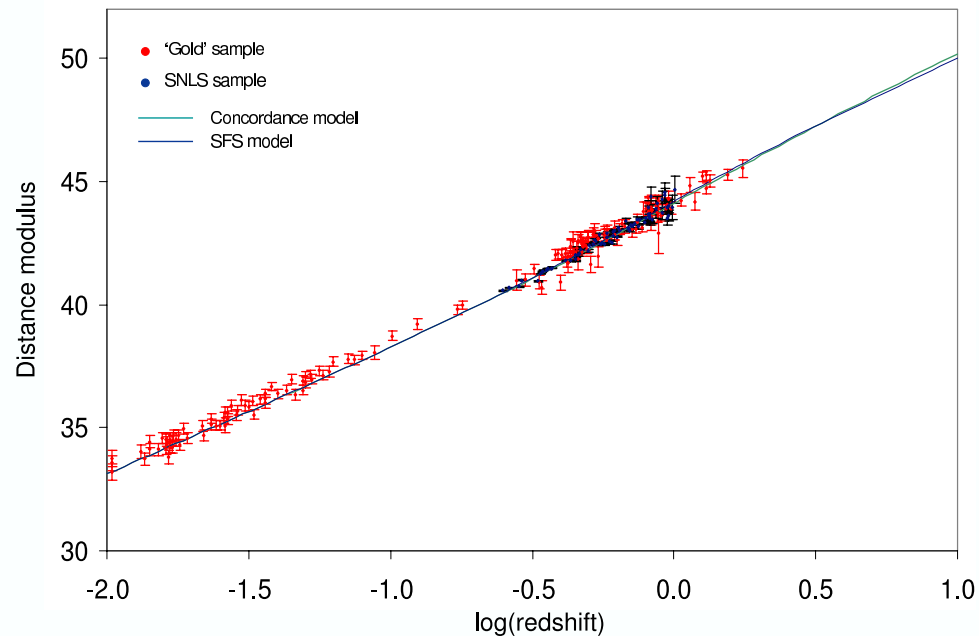
Przestrzeń parametrów modelu:



Mamy tu $(H_0 q_0, \delta, y_0)$ dla ustalonego $m = 2/3, n = 1.9993, t_0 = 13.3547$ Gyr.
Istnieją duże obszary dopuszczające **kosmiczne przyspieszenie**

$$q_0 H_0 < 0 . \quad (38)$$

Ciemna energia z czasowych osobliwości ciśnienia wobec ciemnej energii ze stałej kosmologicznej Λ (tzw. concordance cosmology - CC)



Wielkość bolometryczna $\mu_L = m - M$ dla modelu CC ($H_0 = 72 \text{kms}^{-1} \text{Mpc}^{-1}$, $\Omega_{m0} = 0.26$, $\Omega_{\Lambda0} = 0.74$) (linia przerywana) i modelu SFS ($m = 2/3$, $n = 1.9999$, $\delta = -0.471$, $y_0 = 0.99936$) (linia ciągła). Puste kółka opisują "złotą" ('Gold') próbkę natomiast kółka wypełnione opisują próbkę z SNLS.

Bliskość czasowych osobliwości ciśnienia.

Zaskakujący wniosek:

Biorąc ten sam wiek Wszechświata SFS co wiek Wszechświata CC ($t_0 = 13.6$ mld lat) otrzymujemy zaskakujący wynik, że **nagła osobliwość jest możliwa nawet za 8,7 miliona lat!!!**.

- Zatem nic dziwnego, że ta osobliwość została nazwana "nagłą".
- Okazuje się, że Uogólnione Nagłe Osobliwości (GSFS) mogą pojawić się **później!!!**
- Praktycznym sposobem detekcji tych osobliwości jest studiowanie wyższego rzędu charakterystyk ekspansji tzw. statefinders (parametr spowolnienia, jerk, snap, crack, pop itd.)!

Ciekawostka: SFS **pojawiają się w kwantowej kosmologii pętlowej!** - Wands et al. PRL 101, 251302 (2008);arXiv: 0808.0190.

5. Osobliwości w kosmologii niejednorodnej.

Kosmologie niejednorodne - czy istnieje Centrum Wszechświata?

- Obserwacje robione są **z jednego punktu** we Wszechświecie i rozciągają się tylko na stożek świetlny przeszłości.
- Nawet **mikrofalowe promieniowanie tła** jest obserwowane z jednego punktu - to **dowodzi izotropii**, ale niekoniecznie jednorodności (czyli izotropii względem dowolnego punktu we Wszechświecie).
- Innymi słowy - jednorodność **wymaga sprawdzenia**.
- Przypuśćmy, że mamy niejednorodny model Wszechświata **z taką samą liczbą parametrów** co model jednorodny z ciemną energią i oba modele doskonale dopasowują się do obserwacji.
- Czy możemy **rozróżnić** oba modele?
- Najprostsze modele tego typu są to modele **z jednym lub dwoma parametrami**, które są sferycznie symetryczne (izotropowe względem jednego punktu).

Modele z Centrum Wszechświata?

- Istnieją **tylko dwa komplementarne** modele sferycznie symetrycznego Wszechświata, które mogą być przetestowane obserwacyjnie jako konkurencyjne do modeli jednorodnych z ciemną energią.
- Są to: powłoki pyłowe **o niejednorodnej gęstości** Lemaître-Tolmana-Bondiego (LTB) oraz powłoki **o niejednorodnym ciśnieniu** Stephaniego.
- Modele LTB były badane teoretycznie od kilkadziesiąt lat (Lemaître - 1933). Dopiero niedawno jednak ponownie wzbudziły zainteresowanie i zaczęto je testować w kontekście **symulacji ciemnej energii**.
- MPD i Hendry (Ap.J. '98), MPD '02 jako pierwsi porównaliśmy model niejednorodny Wszechświata Stephaniego i pokazaliśmy, że **może on dopasować się** do danych obserwacyjnych gwiazd supernowych.

Komplementarne sferycznie symetryczne modele Wszechświata:

Użyteczna tabela:

	ciśnienie	gęstość energii
FRW	$p = p(t)$	$\rho = \rho(t)$
LTB niejednorodne	$p = p(t)$	$\rho = \rho(t, r)$ -
Stephani	$p = p(t, r)$ - niejednorodne	$\rho = \rho(t)$

Życie w lokalnej "pustce" a życie w "egzotycznej gwiazdzie"

Ostatnio wzrosło zainteresowanie modelem LTB jako alternatywnym wyjaśnieniem problemu ciemnej energii poprzez niejednorodności przestrzenne. Ideą jest, że

żyjemy w sferycznie symetrycznej pustce gęstości

J. Uzan, R. Clarkson, G.F.R. Ellis (PRL, **100**, 191303 (2008))

R.R. Caldwell and A. Stebbins (PRL, **100**, 191302 (2008))

C. Clarkson, B. Bassett and T. H-Ch. Lu (PRL, **101**, 011301 (2008))

R.A. Sussmann, 0807.1145

K. Bolejko, 0807.2891

Alternatywnie do tego ja sugeruję, że

żyjemy w sferycznie symetrycznej ewoluującej "egzotycznej gwiazdzie" o zmieniającym się ciśnieniu

6. Ciemna energia z przestrzennych osobliwości ciśnienia.

- Standardowe osobliwości **Big-Bang** $a \rightarrow 0$, $\rho \rightarrow 0$, $p \rightarrow 0$ są możliwe w granicy FRW
- **Przestrzenne osobliwości skończonej gęstości energii (Finite Density - FD)** pojawiają się w pewnych określonych punktach przestrzeni opisywanych współrzędnymi przestrzennymi x, y, z (lub współrzędną radialną r , jeśli model jest sferycznie symetryczny)
- **Π -brzeg** - pojawia się przestrzennopodobny brzeg, który dzieli każdą hiperpowierzchnię ojemnej krzywiznie $k(t) < 0$ na dwa płaty (“bliski płat” oraz “daleki-płat”)
- Π -brzeg pojawia się gdy $V(t, r) = 1 + (1/4)k(t)[(x - x_0)^2 + \dots] = 0$
- Wszechświat zachowuje się asymptotycznie jak Wszechświat deSitterowski na Π -brzegu ($p = -\rho$)
- **Nie ma no globalnego równania stanu** - zmienia się ono od miejsca do miejsca w przestrzeni (zależy od x, y, z lub r) i na każdej hiperpowierzchni $t = \text{const}$.

Niejednorodne ciśnienie - obserwatorzy przyspieszani od centrum symetrii na zewnątrz

Ponieważ w modelu nie znika skalar przyspieszenia

$$\dot{u} = -2 \frac{a}{c^2} r \quad , \quad (39)$$

gdzie r to współrzędna radialna, to

Obszar wyższego ciśnienia znajduje się w $r = 0$ (środek symetrii), natomiast obszar niższego (także ujemnego) ciśnienia znajduje się w rejonach poza centrum a zatem cząstki są

przyspieszane od centrum symetrii na zewnątrz

co daje efekt podobny do efektu spowodowanego działaniem dodatniej stałej kosmologicznej w modelu ciemnej energii ze stałą kosmologiczną Λ .

Z tą różnicą, że w modelu Λ CDM ciśnienie jest **stałe** wszędzie w przestrzeni natomiast w modelu niejednorodnym zależy ono od współrzędnych przestrzennych.

Niedawno Vanderveld, Flanagan, Wassermann (0904.4319) argumentują, że **przyspieszenie** w środku symetrii w modelu LTB **może pojawić się jeśli model nie jest regularny w centrum** - tutaj taki problem wcale nie występuje!!!

Test modeli z przestrzennymi osobliwościami ciśnienia przez supernowe

W pracy (MPD + Hendry Ap. J. '98) porównaliśmy model z niejednorodnym ciśnieniem z danymi obserwacyjnymi supernowych - próbka Perlmutter P97 (Ap.J. 483, 565 (1997)).

Zgodnie z aktualnymi danymi obserwacyjnymi supernowych SnIa (77 supernowych Riessa i innych dla $z < 0.5$) najlepiej dopasowanym modelem (tzw. Model I, MPD JMP (1993)) jest model z **parametrem niejednorodności a** równym

$$a = 3645 \text{ km}^2 / \text{s}^2 \text{ Mpc} > 0. \quad (40)$$

Godłowski, Stelmach and Szydłowski (astro-ph/0403534) porównali z obserwacjami inny model tej klasy (tzw. model II) – model, który posiada przybliżone równanie stanu dla pyłu w centrum symetrii. Ich wyniki pokazują, że model ten pasuje do danych obserwacyjnych **supernowych, pików Dopplerowskich oraz nukleosyntezy**.

Przestrzenne osobliwości ciśnienia a czasowe osobliwości ciśnienia

- W modelach z niejednorodnym ciśnieniem występują FD osobliwości ciśnienia.
- W modelach FRW pojawiają się Nagłe Osobliwości Ciśnienia.
- Są one **różne**: osobliwości FD są **przestrzenne** (pojawiają się gdzieś w przestrzeni) podczas gdy SFS są **czasowe** (pojawiają się w pewnej chwili czasu ($t = t_s$) na dowolnej hiperpowierzchni).
- Czy mogą pojawić się osobliwości SFS w niejednorodnych modelach ciśnienia?
- Tak (patrz MPD, PRD '05)!
- Dopiero później było pokazane przez Barrowa i Tsagasa (CQG **22**, 1563 (2005)), że SFS są możliwe w jednorodnych modelach typu Bianchi.

Przestrzenne osobliwości ciśnienia i czasowe osobliwości ciśnienia w jednym modelu

Takie “uniejednorodnione” SFS **mogą pojawić się** w ogólnym (bez żadnych symetrii) modelu niejednorodnym:

$$p(t, x, y, z) = -3 \frac{\dot{a}^2}{a^2} - 3 \frac{k}{a^2} + \frac{\dot{a}}{a} \left[2 \frac{\ddot{a}}{a} - 2 \frac{\dot{a}^2}{a^2} + \frac{1}{a^2} \left(\dot{k} \frac{a}{\dot{a}} - 2k \right) \right] \frac{\left[\frac{V(t, x, y, z)}{a(t)} \right]}{\left[\frac{V(t, x, y, z)}{a(t)} \right]}. \quad (41)$$

Otóż SFS $p \rightarrow \pm\infty$ pojawia się dla $\ddot{a} \rightarrow -\infty$, jeśli $(V/a)/(V/a)^\cdot$ jest regularne oraz znak ciśnienia zależy od znaków \dot{a}/a oraz $(V/a)/(V/a)^\cdot$.

W rzeczywistości, czasowe osobliwości ciśnienia pojawiają się **niezależnie** od pojawiania się przestrzennych osobliwości ciśnienia gdy tylko $\ddot{a} \rightarrow -\infty$ i rozbieżność p jest gwarantowana przez rozbieżność pochodnej czasowej funkcji $C(t)$ występującej w metryce.

7. Podsumowanie

- Egzotyczne osobliwości we Wszechświecie **mogą być powiązane** z nowymi fizycznymi źródłami grawitacji, które mogą służyć jako **ciemna energia**.
- Pierwszy przykład - fantom - produkuje egzotyczną osobliwość – **Wielkie Rozerwanie** w której ($a \rightarrow \infty$ and $\rho \rightarrow \infty$) i jest to zupełnie inna sytuacja fizyczna niż Big-Bang/Crunch.
- Badania ciemnej energii fantomowej zainspirowały badaczy do **poszukiwania niestandardowych osobliwości** (Nagłe Osobliwości, Uogólnione Nagłe Osobliwości (np. Wielkie Hamowanie=Big-Brake), Osobliwości Skończonego Czynnika Skali (typu III), Wielka Separacja (typu IV), w -osobliwości itd.) jako potencjalnych źródeł ciemnej energii. Te osobliwości są jednak niekoniecznie "prawdziwymi osobliwościami" (w sensie definicji Hawkinga i Penrose'a).
- Egzotyczne osobliwości mają bezpośrednią motywację w **teoriach fundamentalnych** fizyki cząstek (skalarno-tensorowych, superstrunowych, membranowych, LQC itp.).

Podsumowanie cd.

- **Wielkie Rozerwanie** być związane z ciemną energią (fantom), ale sama **osobliwość pojawia się daleko w przyszłości (za 20 mld lat)**, natomiast słabe osobliwości (sił pływowych i ich pochodnych) mogą służyć jako źródło ciemnej energii nawet jeśli znajdują się one niedaleko w przyszłości. Na przykład **Nagła osobliwość (SFS) może pojawić się nawet za 8.7 mln lat** bez sprzeczności z danymi obserwacyjnymi. Uogólniona Nagła osobliwość pojawia się zawsze **później** Typ III (FSF) jest możliwa za **0.3 mld lat**.
- Obserwacje z jednego punktu we Wszechświecie **sugerują jego izotropię**, ale niekoniecznie jednorodność. To daje **motywację** do studiowania sferycznie symetrycznych modeli Wszechświata.
- Zwykle rozważa się dwa sferycznie symetryczne modele niejednorodne: model **Lemaître-Tolmana-Bondi** (niejednorodna gęstość) oraz model **Stephaniego** (niejednorodne ciśnienie).
- Oba modele były wstępnie **przetestowane danymi obserwacyjnymi** z których wynika, że niejednorodności **mogą odgrywać rolę** ciemnej energii i dawać przyspieszenie ewolucji Wszechświata.